Una Ecuación Escalar de Movimiento

Alejandro A. Torassa

(2014) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

Resumen

En mecánica clásica, este trabajo presenta una ecuación escalar de movimiento, que puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia (rotante o no rotante) (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

Ecuación Escalar de Movimiento

Si consideramos dos partículas A y B de masa m_a y m_b respectivamente, entonces la ecuación escalar de movimiento, está dada por:

$$\frac{1}{2}\, m_a m_b \left[(\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_b)^2 + (\mathbf{a}_a - \mathbf{a}_b) \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) \right] = \frac{1}{2}\, m_a m_b \left[2 \int \left(\frac{\mathbf{F}_a}{m_a} - \frac{\mathbf{F}_b}{m_b} \right) \cdot d(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) + \left(\frac{\mathbf{F}_a}{m_a} - \frac{\mathbf{F}_b}{m_b} \right) \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) \right]$$

donde $\mathbf{v}_a$ y $\mathbf{v}_b$ son las velocidades de las partículas A y B, $\mathbf{a}_a$ y $\mathbf{a}_b$ son las aceleraciones de las partículas A y B, $\mathbf{r}_a$ y $\mathbf{r}_b$ son las posiciones de las partículas A y B y $\mathbf{F}_a$ y $\mathbf{F}_b$ son las fuerzas resultantes que actúan sobre las partículas A y B.

Esta ecuación escalar de movimiento puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia (rotante o no rotante) (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias. Esta ecuación escalar de movimiento es además invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia.

Por otra parte, esta ecuación escalar de movimiento sería válida incluso si las tres leyes de movimiento de Newton fueran falsas.

Anexo

Conservación de Energía

Un sistema de partículas forma un sistema de bipartículas. Por ejemplo, el sistema de partículas A, B, C y D forma el sistema de bipartículas AB, AC, AD, BC, BD y CD.

En este trabajo, la energía total E_{ij} de un sistema de bipartículas es:

$$E_{ij} = \sum_i \sum_{j>i} \frac{1}{2} m_i m_j \left[(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)^2 + (\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_j) \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - 2\int \left(\frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_j}{m_j} \right) \cdot d(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \left(\frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_j}{m_j} \right) \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \right]$$

donde m_i y m_j son las masas de las partículas i-ésima y j-ésima, $\mathbf{v}_i$ y $\mathbf{v}_j$ son las velocidades de las partículas i-ésima y j-ésima, $\mathbf{a}_i$ y $\mathbf{a}_j$ son las aceleraciones de las partículas i-ésima y j-ésima, $\mathbf{r}_i$ y $\mathbf{r}_j$ son las posiciones de las partículas i-ésima y j-ésima y $\mathbf{F}_i$ y $\mathbf{F}_j$ son las fuerzas resultantes que actúan sobre las partículas i-ésima y j-ésima.

Por lo tanto, desde la ecuación escalar de movimiento se deduce que la energía total E_{ij} de un sistema de bipartículas está siempre en equilibrio.

Ecuación General de Movimiento

La ecuación escalar de movimiento puede ser obtenida desde la siguiente ecuación general de movimiento:

$$\sum_i \sum_{j>i} m_i m_j \left[\frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) - \frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} \cdot \int\int \left(\frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_j}{m_j} \right) dt\, dt \right] = 0$$

donde m_i y m_j son las masas de las partículas i-ésima y j-ésima, $\mathbf{r}_i$ y $\mathbf{r}_j$ son las posiciones de las partículas i-ésima y j-ésima y $\mathbf{F}_i$ y $\mathbf{F}_j$ son las fuerzas resultantes que actúan sobre las partículas i-ésima y j-ésima.